

Mathematik und Bewegung

Der Zahlenweg: Zahlen Schritt für Schritt erkunden

Kinästhetische Erfahrungen¹ sind für den Aufbau innerer mathematischer Bilder im Grund- und vor allem im Kindergartenalter sehr förderlich. Wird Mathematik ausschließlich auf der kognitiven Ebene betrieben, so besteht die Gefahr, dass bei solch methodischem Vorgehen der Bezug zur Lebenswelt der Kinder verloren geht. Die Lebenswelt von Kindern ist in zentraler Weise durch Bewegungserfahrungen geprägt. Sinnvolle Bewegungen können dabei eine wichtige Stützfunktion beim Lernen erfüllen.

Eine schöne Möglichkeit, den Zahlenraum bis 10 oder auch bis 20 mit vielfältigen kinästhetischen Erfahrungen zu verbinden, bietet ein Zahlenweg mit den Ziffern von 0 bis 10 oder von 0 bis 20.

Der Zahlenweg entspricht dem bekannten Zahlenstrahl bzw. Zahlenband aus der Mathematikdidaktik. Der Zahlenweg erfüllt die gleiche Veranschaulichungsfunktion wie das Zahlenband mit dem gerade für kleine Kinder immens großen Vorteil, dass dieser im Raum motorisch mit dem ganzen Körper erkundet werden kann. Mit Hilfe eines Zahlenwegs eignen sich die Kinder die Zahlen im wahrsten Sinne Schritt für Schritt an.



Photo (Tina Fecke): Kind auf dem Zahlenweg

¹ Kinästhetik: Lehre von den Bewegungsempfindungen (Bitte nicht verwechseln mit „Kinesiologie“. Die sogenannte „Kinesiologie“ ist eine esoterische Lehr-Lernmethode, die sich wissenschaftlich kaum begründen lässt).

Ein Zahlenweg kann auch mit den Kindern gemeinsam hergestellt werden. Auf DIN A 3-Blättern werden dazu z.B. mit dickem Pinsel und Wasserfarben die Zahlen von 1 bis 10 oder von 1 bis 20 aufgemalt und auf dem Boden (z.B. mit Tesakrepp) angebracht. Wichtig ist dabei, darauf zu achten, dass die Zahlenbilder keine Ausrutschgefahr für die Kinder darstellen.

Natürlich sind bei der Gestaltung eines Zahlenweges viele Variationen denkbar (z.B. Tücher, selbst gebaute Begrenzungen aus Steinen und vieles mehr). Im Freien kann man die Zahlen auch einfach mit Kreide auf einen asphaltierten Boden aufzeichnen, oder man malt die Ziffern auf Teppichfliesen auf. Die Zahlen 0, 5, 10 bzw. 15 und 20 sollte man zur besseren Orientierung farblich abheben. Es gibt aber auch sowohl für den Innenbereich als auch für den Außenbereich käufliche Zahlenwege, z.B. aus der Produktserie Willys Zahlenwelt der Firma Wehrfritz, die sich aufgrund der hohen Strapazierfähigkeit vor allem dann lohnen, wenn die verschiedenen Spiele und Übungen öfters durchgeführt werden, was sich zur Stabilisierung der Lerneffekte empfiehlt. Schließlich lässt sich jede Treppe in einen Zahlenweg bzw. eine Zahlentreppe verwandeln. Hierbei kommt ein neuer Aspekt hinzu: die Höhe.

Die wichtigste Aktivität auf dem Zahlenweg ist das Gehen auf den Zahlen, verbunden mit lautem oder leisem Zählen. Auch rhythmische Begleitung (z.B. durch Klanghölzer) oder das Aufsagen von Abzählreimen unterstützen den Lerneffekt.

Beim Zahlenweg geht es zwar in erster Linie um den ordinalen Zahlaspekt² der Zahlen, aber es lassen sich weit mehr Zahlaspekte und dies auf sehr unterschiedlichem Anspruchsniveau thematisieren, wie die folgenden Beispiele zeigen sollen.

Für viele Kinder ist es bereits eine große Leistung, dass das Aufsagen der Zahlwortreihe mit der Schrittfolge auf dem Zahlenweg synchronisiert werden kann. Wenn das Vorwärtzzählen und gleichmäßige Gehen gut gelingt, ist es sinnvoll, auch das Rückwärtzzählen mit dieser Methode zu verinnerlichen (dazu sollten die Kinder auch wirklich rückwärts gehen).

Bewegen sich die Kinder sicher, so kann man auch im Zweier-Rhythmus (eventuell auch im Dreier- oder sogar im Viererrhythmus) auf dem Zahlenweg gehen. Auf diese Weise (Zweier-Rhythmus) werden immer entweder die geraden oder die ungeraden Zahlen betont.

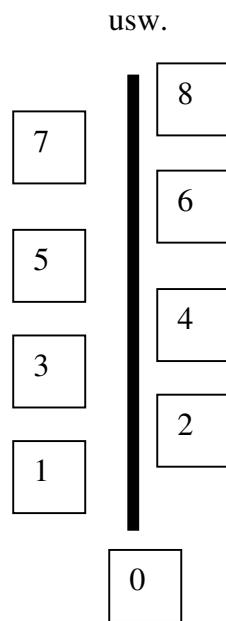
Die Unterscheidung zwischen geraden und ungeraden Zahlen lässt sich mit dem Zahlenweg auf recht elegante Weise auch noch anders veranschaulichen. Dazu kann man einfach jede zweite Zahlenfliese verkehrt herum ausgelegen. Sinnvoll ist es auch, den Zahlenweg so auszulegen, dass die Zahlen leicht versetzt, ähnlich der Nummerierung der Hausnummern, auf dem Boden liegen:

² Von ordinalem Zahlaspekt sprechen wir in der Didaktik der Mathematik dann, wenn eine Zahl den Rangplatz in einer geordneten Menge angibt.

Weiter lassen sich folgende Zahlaspekte unterscheiden:

- Kardinaler Zahlaspekt: Zahlen werden benutzt, um die Anzahl oder Mächtigkeit der Elemente einer Menge anzugeben (z.B. 6 Äpfel, 3 Tannenzapfen).
- Nominaler Zahlaspekt bzw. Codierungsaspekt: Zahlen werden als Namen zur Benennung oder Kennzeichnung benutzt (z.B. Postleitzahlen oder Telefonnummern).
- Kultureller oder narrativer Zahlaspekt: Zahlen kommen in Märchen, Riten, Erzählungen usw. vor und besitzen eine symbolische oder mythische Bedeutung (z.B. die Zahl 13 als Zahl des Unglücks, die Zahl 7 als Glückszahl).
- Maßzahlaspekt: Zahlen werden zur Quantifizierung von Größen benutzt (z.B. 6 Minuten, 5 km).
- Operatoraspekt: Zahlen werden in Verbindung mit einer Funktion benutzt, z.B. als Vielfaches einer Handlung (2mal Rasenmähen, 3mal Einkaufen).
- Geometrischer Zahlaspekt: Zahlen werden zur Identifikation geometrischer Muster benutzt (z.B. ein Fünfeck, ein Dreieck).
- Rechenaspekt: Zahlen geben das Ergebnis einer Rechnung, z.B. einer Addition an (z.B. $5=3+2$).

Die Null in der Mitte, links die ungeraden und rechts die geraden Zahlen. Eine gedachte Straße lässt sich, wenn man möchte, etwa durch ein einfaches Seil veranschaulichen.



Und natürlich gibt es für den Zahlenweg eine Fülle von Übungen und Spielideen, in denen es immer darum geht, die Ziffern in ihrer Gestalt und Aufeinanderfolge wahrzunehmen. Eine erste Konzentrationsübung kann folgendermaßen aussehen: Die Kinder bleiben beim Gehen auf einer Zahl stehen und sagen dabei laut, auf welcher Zahl sie sich gerade befinden. Diese Aufgabe erscheint einfach. Das ist sie jedoch nicht zwingend, da die Kinder ihren Zählrhythmus unterbrechen müssen und dann erst neu starten dürfen. Dazwischen müssen sie eine Gedächtnisleistung erbringen. Diese Übung sollte so oft wie möglich wiederholt werden, bis die Kinder sie sicher beherrschen.

Wenn diese Übung gut gefestigt ist, kann der Schwierigkeitsgrad der Übungen angehoben werden. Eine mögliche Erweiterung besteht darin, dass die Kinder auf dem Zahlenweg mit verbundenen oder einfach geschlossenen Augen gehen. Dann bleiben sie stehen und sagen, auf welcher Zahl sie stehen, welche davor und welche direkt dahinter ist.

Weitere Spiel- und Übungsideen

- Legen Sie den Zahlenweg aus. Die Aufgabe der Kinder besteht darin, den Weg zu verziern. Dabei erhält die Ziffer 1 einen Gegenstand (eine Murmel, einen Tannenzapfen oder ähnliches) die Ziffer 2 zwei davon, die Ziffer 3 genau drei davon usw. Mit dieser Übung, die den Kinder in aller Regel sehr viel Freude bereitet, geht es darum, den ordinalen mit dem kardinalen Zahlaspekt zu verbinden.
- Die Fliesen des Zahlenwegs (bis 6 oder 8 oder darüber hinaus) werden im Raum in zufälliger Reihenfolge hingelegt. Die Kinder suchen nun die richtige Reihenfolge der Zahlen und springen – beginnend mit der 1 – von Zahl zu Zahl.
- Der Zahlenweg wird ganz regelmäßig ausgebreitet. Nun werden beliebige Ziffern umgedreht (am besten so viele, wie Kinder teilnehmen). Jedes Kind muss nun eine herumgedrehte Zahl erraten. Die beste Strategie hierzu ist das Begehen des Weges und das laute oder leise Zählen. Diese Aufgabe bereitet Kindern erfahrungsgemäß sehr viel Freude.

- Der Zahlenweg ist ein hervorragendes didaktisches Mittel, um einfache Rechenoperationen mittels Bewegungen durchzuführen. Nach vorne gehen entspricht dem Addieren und Zurückgehen dem Subtrahieren. Die Anweisung ‚plus 2‘ bedeutet, zwei Schritte weiterzugehen, und ‚minus 3‘ entsprechend drei Schritte in die andere Richtung rückwärts. Die Rechenvorschriften ‚plus‘ und ‚minus‘ fließen auf diese Weise zunehmend automatisch ein, ohne dass theoretische Erläuterungen notwendig wären. Wenn die Kinder Addieren und Subtrahieren mit Vorwärts- und Rückwärtsgehen verbunden haben, lassen sich auch Rechenspiele durchführen.
- Alle Kinder stehen in der Schlange vor dem Zahlenweg. Das erste Kind würfelt mit einem großen Schaumstoffwürfel, hüpft dann auf die Zahl, die es gewürfelt hat und legt dort eine Murmel oder ein Steinchen ab. Nun kommt das nächste Kind und würfelt ebenfalls. Es beginnt dort, wo das erste Kind sein Steinchen abgelegt hat, und würfelt erneut. Durch einfache Anweisungen (vorwärts oder plus, rückwärts oder minus) lässt sich der Verlauf steuern. Auf diese Weise purzelt das Spiel immer hin und her. Das Ziel könnte es sein (es macht den Kindern aber auch ohne konkretes Ziel Spaß), eine vereinbarte Zahl zu treffen (z.B. wieder an den Anfang zu kommen).
- Beim Spiel „Hin und her“ oder „Tauziehen“ werden die Kinder in zwei Gruppen geteilt und der Zahlenweg wird ausgelegt (Minimum 2 Spieler).

Auf die Zahl 10 wird ein „Schatz“ oder ein Spielstein gelegt, den es zu gewinnen gilt.³ Als nächstes wird ausgelost, am besten mittels eines Abzählreims, wer beginnt. Jeder Spieler oder jede Spielgruppe wählt einen Weg aus (entweder Richtung 0 oder Richtung 20), in dessen Richtung er zieht.

Ziel 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 (Start) 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 Ziel

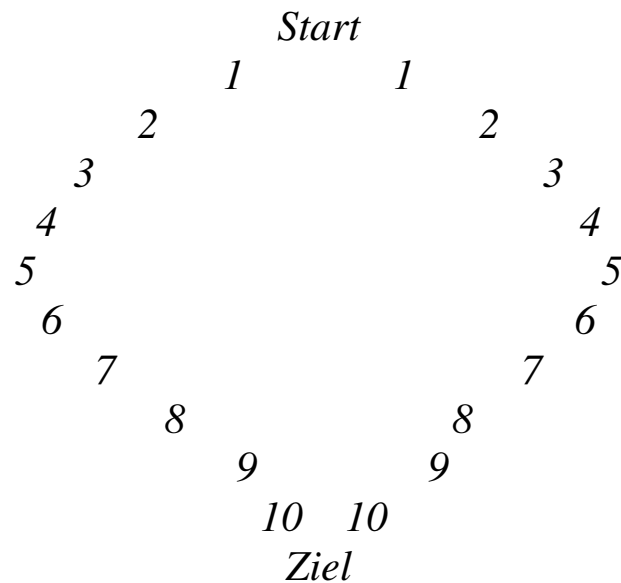
Nun wird abwechselnd gewürfelt, und es werden jeweils so viele Felder gezogen, wie Augen gewürfelt wurden. Da jeder Spieler jedoch in eine andere Richtung zieht, „purzelt“ der Schatz oder der Spielstein immer hin und her. Gewonnen hat, wer den Schatz zuerst auf die 0 bzw. die 20 oder darüber hinaus „in Sicherheit“ gebracht hat. Das Spiel dauert je nach Glück bis zu 10 Minuten. In der Praxis gibt immer einen Gewinner.⁴

³ Eine mögliche Eingangsgeschichte zur Motivation: Im Zahlenland wird seit Gedenken ein wertvoller Goldschatz aufbewahrt. Die Zahlenfee Vergissmeinnicht versteckt ihn in einer gut geschützten Schatzkammer. Immer wieder versucht jedoch der freche Zahlenkobold Kuddelmuddel, in den Besitz dieses Schatzes zu gelangen, doch dies kann zum Glück meist dank der Zauberkraft von Vergissmeinnicht verhindert werden. Dummerweise ist es jedoch Kuddelmuddel nun doch gelungen, den Schatz zu stibitzen. Alle Bewohner des Zahlenlandes sind jetzt ganz aufgeregt, da dieser freche Diebstahl einen großen Verlust für das ganze Zahlenland bedeutet. Auf der Flucht vor Vergissmeinnicht hat Kuddelmuddel den Goldschatz jedoch verloren.

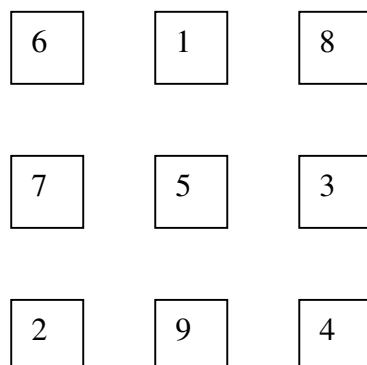
Stellt euch vor, du und dein Freund (deine Mama, dein Opa, ...) finden den Goldschatz gleichzeitig. Im Gegensatz zu Kuddelmuddel streitet und prügelt ihr euch nicht um den Schatz, sondern beschließt, einen fairen Zahlenwettkampf auszutragen. Der Gewinner erhält den Schatz und darf ihn in die Schatzkammer zurückbringen. Danach kehrt wieder Ruhe im Zahlenland ein.

⁴ Noch ein Tipp: Da das Spiel so konzipiert ist, dass die Kinder beim Spielen die grundlegenden mathematischen Eigenschaften der Ordnungszahlen selbst entdecken können, sollten sich die Erwachsenen mit Erklärungen (etwa „schau, jetzt rechnest du 8 minus 3 und das gibt 5“) zurückhalten. Kinder verlieren schnell die Lust am Spielen, wenn man sie ständig belehren möchte. Ein vielversprechenderer Weg wäre es – wenn man auf erklärende Beiträge dennoch nicht verzichten möchte – seine eigenen Züge als Erwachsener leise so zu kommentieren (etwa „wenn ich 3 gewürfelt habe und auf der 5 stehe, dann muss ich 5 plus 3 fahren und das gibt 8“).

Falls zwei Zahlenwege zur Verfügung stehen, wäre auch folgender Spielaufbau bzw. Spielplan möglich:



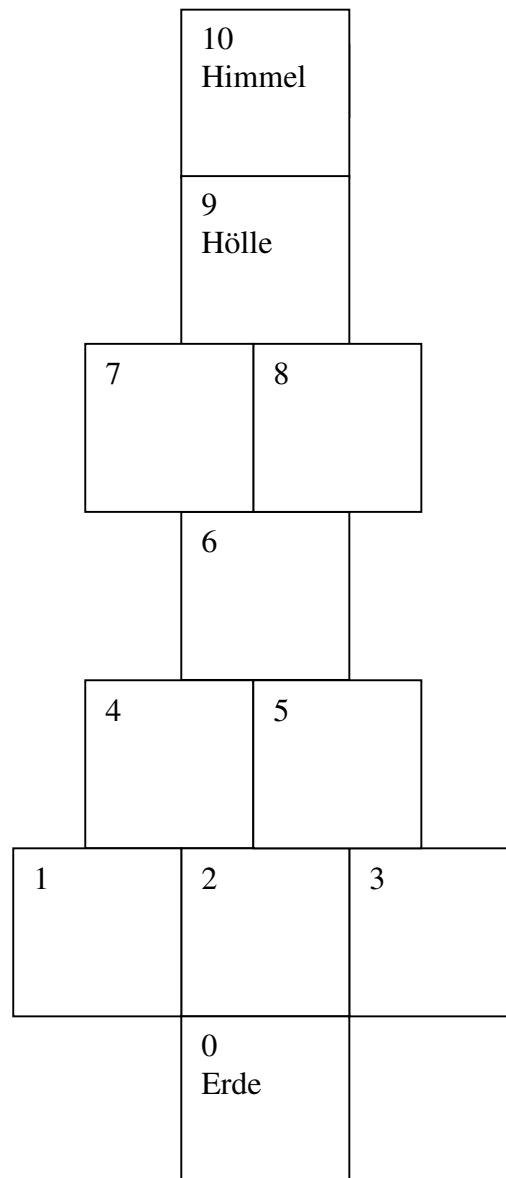
- Beim folgenden Spiel handelt es sich um ein anspruchsvolles Strategiespiel, bei dem das Verständnis der Dreierreihe den Schlüssel zum erfolgreichen Spielen liefert. Dies sollte man den Kindern jedoch nicht sagen, sondern darauf warten, ob die Kinder nach einigen Spieldurchläufen selbst auf eine geschickte Spielstrategie kommen. Zunächst teilt man die Kinder in zwei Gruppen ein. Eine Mannschaft wird besonders gekennzeichnet, z.B. mit einem roten T-Shirt oder mit einer Mütze. Dann legt man fest, wie lang der Zahlenweg sein soll (empfohlene Länge 10, aber auch 9 oder 12 oder andere Längen sind möglich). Nun wird ausgelost, wer beginnen darf. Die Kinder werden als „lebende Spielsteine“ auf den Zahlenweg gestellt. Es dürfen sich immer ein oder zwei Kinder aus einer Gruppe auf die nächsten Zahlenfelder, beginnend bei der 1, stellen. Die Frage ist hier stets, ob sich ein Kind oder zwei Kinder hinstellen. Diese Entscheidung muss die Gruppe treffen. Gewonnen hat die Gruppe, welche die letzte Zahl auf dem Zahlenweg belegt. (Welche Gruppe gewinnt, hängt von zwei Faktoren ab: Wer anfängt und vom geschickten Setzen. Man kann das Spiel natürlich auch nur zu zweit spielen, dann müssen jedoch richtige Spielsteine, z.B. rote und grüne oder schwarze und weiße, zum Setzen verwendet werden.)
- Die Zahlenfliesen liegen kreuz und quer im ganzen Raum verteilt. Sie können – je nach Gruppe – die Zahlenfliesen von 1 bis 10 oder von 1 bis 20 einsetzen. Stellen Sie jetzt eine Rechenaufgabe. Die Kinder müssen versuchen, diese möglichst schnell zu lösen und zur Fliese mit dem richtigen Ergebnis zu laufen. Wer die richtige Zahl zuerst mit dem Fuß oder mit der Hand berührt, gewinnt.
- Legen Sie die Platten von 1 bis 9 zu einem Quadrat aus. Z.B. so:



Fällt Ihnen bei dieser Ziffernanordnung etwas auf? (Es handelt sich um ein sogenanntes magische Quadrat).

Das erste Kind wirft ein kleines Säckchen auf eine Zahl und denkt sich eine Aufgabe aus, die diese Zahl als Ergebnis hat. Dann hüpfert es die Addition oder die Subtraktion auf einem Bein ab. Landet das Säckchen z.B. auf der 7, ruft es „ $4 + 3 = 7$ “ und versucht auf die Fliesen 4, 3 und 7 zu springen. Wenn ein Kind falsch rechnet, eine falsche Fliese berührt oder mit beiden Beinen auftritt, ist das nächste an der Reihe.

- Viele bekannte Hüpfspiele aus früheren Zeiten sind leider in Vergessenheit geraten. Das bekannteste dürfte das Spiel „Himmel und Hölle“ sein. Für dieses Spiel gibt es wahrscheinlich genauso viele Spielvariationen wie Namen: „Schnecken- oder Paradieshüpfen“, „Reise zum Mond“ oder „Hinkefuß“. Dieses Spiel lässt sich hervorragend mit dem Zahlenweg spielen. Dazu werden die Fliesen entsprechend dem Spielplan ausgelegt.



Die Grundidee ist bei allen Variationen die gleiche: Die Felder werden der Reihe nach von der Erde (z.B. die Position Null) bis zum Himmel (z.B. die Position Zehn) angesprungen, wobei keiner in der Hölle (z.B. die Position Neun) landen darf. Es wird mit dem rechten Bein, mit dem linken oder mit beiden gesprungen. Eine besondere Erschwernis wird dadurch erzielt, dass es gilt, ein kleines Steinchen mit dem Fuß beim Landen eines Sprungs in das nächste Feld zu stoßen. Aber Vorsicht! Auch das Steinchen darf nicht in das Höllfeld! Im Himmel angekommen, wird umgedreht. Auch zurück muss wieder die Hölle ausgespart werden. Wird unterwegs ein Fehler begangen, muss der Spieler aufhören. Bei der nächsten Runde darf er jedoch dort weitermachen, wo der Patzer passiert ist. Gewonnen hat, wer den ganzen Weg fehlerfrei zurückgelegt hat.

Die folgenden Spiele lassen sich gut zum Üben von Additionsaufgaben bis 20 einsetzen:

- Beim „Zahlenpokern“ geht es um Risikoabschätzung. Das Ziel ist dabei, der Zahl Zwanzig mit einem Spielstein (Ausgangspunkt auf der Null) möglichst nahe zu kommen. Dazu würfelt man so oft man will hintereinander mit zwei Würfeln und addiert die Augenzahlen. Diese Summen werden auf dem Zahlenweg hintereinander gefahren. Wer der Zahl Zwanzig am nächsten kommt, hat gewonnen. Wer darüber hinaus zieht, verliert.
- Das folgende Spiel nennt sich „Pingpong“. Dazu würfelt man mit zwei Spezialwürfel von 1 bis 10 (üblicherweise ein Zwölfflächner mit 2 Jokern darauf), wobei die Augenzahlen stets addiert werden. Der Zahlenweg wird hier als Tischtennisplatte benutzt. Das erste Spielfeld geht von 0 bis 9; die 10 ist das Netz, und die gegnerische Hälfte erstreckt sich von 11 bis 20. Jeder Spieler hat fünf Aufschläge und muss von der 1 aufwärts oder 20 abwärts in das gegenüberliegende Feld, also über das Netz hinweg, treffen. Wer das schafft, bekommt einen Punkt. Gewonnen hat am Schluss, wer die meisten Punkte hat.
- Jeder Spieler erhält anders farbige Spielsteine. Es wird abwechselnd mit zwei Würfeln gewürfelt, und die Augenzahlen werden addiert. Die Spielsteine werden entsprechend der Rechenergebnisse abgelegt. Gewonnen hat, wer als erstes drei (oder vier) Spielsteine nebeneinander platzieren konnte.

Abschließend sollte erwähnt werden, dass alle bekannten Rechenspiele, die auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 20 gespielt werden können, mit Hilfe eines Zahlenwegs bewegungsunterstützt im Raum durchgeführt werden können.

Literatur

Friedrich, G. u. Galgóczy, V. (2004a). *Komm mit ins Zahlenland*. Eine spielerische Entdeckungsreise in die Welt der Mathematik. Freiburg: Christophorus.

Friedrich, G. u. Galgóczy, V. (2004b). *Zahlenzwerge*. Wer kann schon Zählen? Ein Lernspiel der Firma HABA-Spiele. Habermas: Bad Rodach.

Friedrich, G. (2005). Bedarf die Elementarpädagogik der Schulpädagogik?
<http://www.kindergartenpaedagogik.de/1387.html>.

Friedrich, G. u. Galgóczy, V. (2006). *Komm mit ins Buchstabenland*. Eine spielerische Entdeckungsreise in die Welt der Buchstaben. Freiburg: Christophorus.

Friedrich, G., Galgóczy, V. u. Schindelhauer, B. (2006). *Zahlenspiel und Zahlenspaß*. Eine Praxismappe Mathematik für den Kindergarten und die Vorschule. Freiburg: Herder.

Friedrich, G. (2006). *Wenn Kinder ihre Nerven bündeln – Lernen im Zahlenland*.
<http://www.kindergartenpaedagogik.de/1471.pdf>.

Autor

PD Dr. Gerhard Friedrich, Dipl. Pädagoge, Jahrgang 1959, ist Lehrer für die Fächer Mathematik, Technik, Pädagogik und Psychologie. Er ist außerdem Mechaniker, Hobbymusiker und Vater von vier Kindern. Er beschäftigt sich seit 1990 mit Hirnforschung und Lernen, zunächst im Rahmen seiner Diplomarbeit in Pädagogik 1991, später in seiner 1995 abgeschlossenen Promotion in Erziehungswissenschaften. 2005 habilitierte er an der Universität Bielefeld (BRD) in Erziehungswissenschaften mit dem Schwerpunkt Schulpädagogik.

Website/Kontakt: www.ifvl.de (siehe auch www.wehrfritz.de -> Elementarpädagogik -> Willys Zahlenwelt bzw. Willys Zahlenweg)